

## 重點整理

### ◆ 貨幣的時間價值

1. 觀念建立：由第1章我們知道，「利率」與「報酬率」分別為資金與金融商品的「價格」。而在現今金融體系的運作下，現在的資金/金融商品的價格（現值）在未來可能會產生額外的價值（終值）；而此額外的價值來自於：

- (1) 利率(資金)或報酬率(金融商品)；
- (2) 時間。

→一般稱利率與報酬率反映出「貨幣的時間價值」。

2. 終值與現值

(1) 終值（Future Value, FV）：現在的貨幣在未來特定時間點的價值；終值其實就是「現值 + 貨幣的時間價值」。

(2) 現值（Present Value, PV）：未來的貨幣在現在的價值；現值其實就是「終值 - 貨幣的時間價值」。

(3) 終值與現值間之關係：

I. 現值 + 貨幣的時間價值 = 終值 → 此處貨幣的時間價值乃「複利（Compounding）」造成的結果。所謂複利，係指定期以「本利和（本金 + 利息）」計算一次利息。而如以數學式表達現值經過複利成為終值，則可以下式表示：

$$FV_n = PV_0 \times (1+r)^n$$

0代表期初、r為名目利率、n為複利期數

→由上公式即可看出，在名目利率水準(r)相同下，複利期數(n)愈多，終值愈高。

II. 終值 - 貨幣的時間價值 = 現值 → 此處貨幣的時間價值乃「折現（Discounting）」造成的結果。所謂折現，就是把終值轉換為現值的過程 → 而折現過程適用的利率則稱為「折現率」。如以數學式表達終值

經過折現成為現值，則可以下式表示：

$$PV_0 = \frac{FV_n}{(1+r)^n}$$

0代表期初、r為利率、n為折現期數

III. 由上二式可以看出，終值與現值其實是「一體（利率）兩面（時間）」的關係，兩者代表的只是在一定利率下，於不同時間點的價值；透過利率，終值與現值間可以互相轉換。

### ◆ 各種報酬率整理

持有期數	類型	意義	計算公式
一期或多期	期望報酬率E(r)	即投資人決定買入證券時所考慮的報酬率，又稱必要報酬率/要求報酬率/合理報酬率。計算上為各種估計報酬率與其發生機率之算術平均	$E(r) = \sum_{s=1}^n P_s R_s$
	實際報酬率	實際發生的報酬率	n/a
	名目報酬率r	未考慮通貨膨脹率下之報酬率	n/a
	實質報酬率 $r_{real}$	考慮通貨膨脹率下之報酬率	$r_{real} = \frac{1+r}{1+\pi}$
一期	持有期間報酬率 (Holding Period Return, HPR)	(1) 一投資計劃於某段期間(一期)所獲得之報酬(包括利息/股利收入與資本利得)占其投入本金的比率 (2) 「資本利得收益率」乃投資計劃賣出價格與買入價格之差相對於買入價格之變動比率	$HPR = \frac{\text{資本利得} + \text{利息或股利收入}}{\text{投入本金}} \times 100\%$ $= \frac{(\text{期末價格} - \text{期初價格}) + \text{利息或股利收入}}{\text{投入本金}} \times 100\%$ $= \text{資本利得收益率} + \text{利息(股利)收益率}$

持有期數	類型	意義	計算公式	
多期	各期報酬率不同 / 相同	算術平均報酬率 (多期) $\bar{r}$	各期以單利計算報酬率 $r_t$ 之算術平均 $\bar{r} = \frac{r_1+r_2+\dots+r_T}{T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$	
		幾何平均報酬率 (多期) $\bar{r}_G$	各期報酬率複利後之價值相當於各期固定報酬率複利後之價值→該各期固定之複利率即幾何平均報酬率 $\bar{r}_G = \sqrt[T]{(1+r_1)(1+r_2)\dots(1+r_T)} - 1$	
		年化報酬率 $r_y$	將幾何平均報酬率公式中之 $t$ 訂為「年」所得出之報酬率即年化報酬率 $r_y = \sqrt[T(\text{年})]{(1+r_1)(1+r_2)\dots(1+r_T)} - 1$ $= \sqrt[T(\text{年})]{(1+\text{複利報酬率})} - 1$ $= \sqrt[T(\text{年})]{\frac{\text{期末資產價值}}{\text{期初資產價值}}} - 1$	
	各期報酬率相同	名目年利率 (Annual Percentage Rate, APR)	以單利計算之年利率	基於以APR或以EAR計算出之總報酬為相等，故可以下數學式表達此關係： $\left(1 + \frac{\text{APR}}{m}\right)^m = 1 + \text{EAR}$ $m$ 代表一年複利次數
		有效年利率 (Effective Annual Rate, EAR)	名目年利率APR經多期( $t$ )複利後所換算出之年報酬率	
	各期報酬率相同 / 不同	內部報酬率 (Internal Rate of Return, IRR)	IRR為一能使「一投資計劃產生的現金流量折現值總和等於期初投入成本 $CF_0$ 」，即使投資計畫「淨利益現值(NPV)等於零」的折現率 $\text{NPV} = CF_0 + \frac{CF_1}{(1+\text{IRR})^1} + \frac{CF_2}{(1+\text{IRR})^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+\text{IRR})^n} = 0$ 或 $\sum_{i=1}^n \frac{CF_n}{(1+\text{IRR})^n} = 0$	

持有期數	類型		意義	計算公式
多期	各期報酬率相同 / 不同	淨現值 (Net Present Value, NPV)	淨現值是以現金流量之「折現」為基礎 → 先以投資方案的資金成本求算所有現金流量的現值，再把所有折現的現金流量予以加總，得到投資方案的淨現值	$NPV = CF_0 + \frac{CF_1}{(1+k)^1} + \frac{CF_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+k)^n}$ $= \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+k)^i}$ <p>CF：各期現金流量；k：投資方案資金成本 NPV &gt; 0：投資方案有利可圖 NPV &lt; 0：投資方案報酬率為負</p>
說明			幾何平均報酬率較算術平均報酬率更能合理估計投資報酬率： (1) 當每期報酬率相同時 → 兩種方法計算結果相同。 (2) <b>當每期報酬率不同時 → 算術平均報酬率會高估</b> ，且報酬率波動幅度愈大，高估情形愈嚴重①。	

## ◆ 風險的意義與種類

- 意義：「風險(risk)」一詞應用在投資上係指「對未來投資收益的不確定性」；或稱投資中可能遭受收益甚或本金損失的風險。
- 種類：一投資之風險係由「系統風險」與「非系統風險」組成：

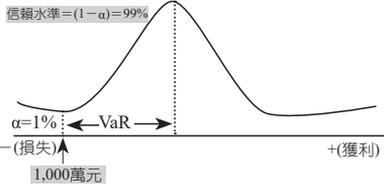
名稱	意義	細類
總風險	整體經濟體系產生的風險，又稱為「市場風險」或「不可分散風險」： (1) <b>市場風險</b> ：由整體政治、經濟、社會等環境因素造成，使整體市場全面性的受到影響，故又稱為「市場風險」。 (2) <b>不可分散風險</b> ：由於幾乎所有資產均會受到此類全面性因素的影響，因此即使透過多角化的動作，亦難將此類風險分散掉，屬於無法規避的風險，故又稱為「不可分散風險」。	利率風險
		匯率風險
		通貨膨脹風險 (購買力風險)
		商品價格風險
		政治、戰爭風險

名稱		意義	細類
總風險	非系統風險	又稱為「個別風險」或「可分散風險」： (1) <b>個別風險</b> ：個別公司/產業獨有的風險：只會對單一公司/產業造成影響而不會對整個市場造成影響。 (2) <b>可分散風險</b> ：透過資產配置與多角化投資即可將此類事件導致的風險分散掉，故又稱為「可分散風險」。	信用風險 (違約風險)
			財務風險
			營運風險 (事業風險、經營風險、公司風險)

## ◆ 風險的衡量

風險屬性	衡量指標	意義	計算公式
總風險	變異數(Variance, $\sigma^2$ ) 與標準差(Standard deviation, $\sigma$ )	(1) 變異數乃一投資計劃各種可能報酬率 $r(s)$ 偏離平均期望報酬率 $E(r)$ 平方後的期望值。標準差則為變異數之平方根。 (2) 無風險資產之變異數與標準差均為0。	$\sigma^2 = \sum_s p(s)[r(s) - E(r)]^2$ p(s)代表每種情境發生之機率
	變異係數(Coefficient of Variation, CV)	期望賺到1單位報酬所要承擔的總風險	變異係數係將一投資之標準差除以期望報酬率， $CV = \frac{\sigma}{E(r)}$
	較低部分標準差(Lower Partial Standard Deviation, LPSD)	或稱下偏(下行)標準差。係僅考慮「負報酬」時的標準差，亦即只考慮造成損失樣本②	$LPSD = \sqrt{\sum_s p(s)[r(s) - E(r)]^2}$ [r(s)<0]代表限負報酬
	風險值(Value at Risk, VaR)	(1) 假設一投資計劃之各種報酬率與風險為常態分配③。則在一段期間(t)內及某一信賴水準( $Z_a$ )下，該投資可能產生之最大損失。	$VaR = -V \cdot \sigma \sqrt{t} \cdot Z_a$ 上式中， V為該投資之價值



風險屬性	衡量指標	意義	計算公式
總風險	<p><b>風險值 (Value at Risk, VaR)</b></p>	<p>(2) 例如：某一投資組合在1天內，99%的信賴水準下，所估計出來的VaR為1,000萬元，代表：代表該投資組合在一天內之，</p> <p>I. 最大損失為1,000萬元的機率為99%。</p> <p>II. 有1%的機會最大損失會超過1,000萬元。</p> <p>VaR之涵義可以下圖表達：</p> 	
系統風險	<p><b>貝他係數 (Beta, <math>\beta</math>)</b></p>	<p>(1) 貝他係數 <math>\beta</math> 係衡量一投資計劃 (i) 之報酬率相對於市場投資組合 (M) 報酬率的波動程度。為衡量系統風險時最常使用的指標。</p> <p>(2) 而投資計劃/市場投資組合之「報酬率的波動程度」其實就是其「變異數/標準差」。</p> <p>(3) 將該投資計劃之貝他係數(貝他係數平方)乘以市場投資組合標準差(變異數)即為該投資計劃之系統風險。</p> <p>(4) 無風險資產之貝他係數為0。市場投資組合之貝他係數為1。</p>	$\beta_i = \frac{\text{一投資計劃報酬率之波動程度}}{\text{市場投資組合報酬率之波動程度}}$
非系統風險	<p>非系統風險 = 總風險 - 系統風險</p>		
補充說明	<p>(1) 變異數/標準差、變異係數與貝他係數係將上漲與下跌均納入風險計算，亦即同時考慮上方風險④與下方風險④。</p> <p>(2) 風險值VaR則是僅將下跌納入風險計算，亦即僅考慮下方風險。</p>		

## ◆ 投資人對風險的態度

- 效用的觀念：投資學上常用「效用(Utility)」衡量一投資人對風險的態度。所謂「效用」，即投資人擁有特定數量財富(W)時其滿足程度。而總效用(TU)之大小，則主要透過「效用函數」衡量之：

$$TU=U(W)$$

上式表明投資人總效用之大小取決於財富數量(W)之多寡。

- 總效用與邊際效用：

- (1) 意義整理：

名稱	總效用 (Total Utility, TU)	邊際效用 (Marginal Utility, MU)
定義	一定期間內，投資人擁有特定數量財富下所獲得的效用總和。	一定期間內，投資人每增加一單位財富，總效用的增量。
TU與MU的關係	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>MU = TU^N - TU^{N-1} = \frac{\partial TU}{\partial Q}</math></li> <li>當<math>MU &gt; 0</math>，TU遞增</li> <li>當<math>MU &lt; 0</math>，TU遞減</li> <li>當<math>MU = 0</math>，TU最大</li> </ol>	

邊際效用遞減法則	1. 文字定義：隨著財富(W)增加所得到的邊際效用（總效用增加數）會漸下降。 2. 數學式： $\frac{\partial MU}{\partial W} < 0$
----------	---

理性的投資人於投資決策時，會選擇(期望)總效用較高之投資計劃。

(2) 整理投資人對風險偏好之屬性與對應之效用函數曲線型態如下表：

風險屬性	風險趨避者	風險中立者	風險愛好者
風險/報酬間之關係	風險提升→ 要求更高風險溢酬	僅考量報酬率來 選擇投資標的	願意接受低報酬 高風險投資標的
邊際效用與財富間 關係	隨財富增加遞減	不隨財富變動改 而變	隨財富增加遞增
總效用曲線	凹曲線(下圖U <sub>1</sub> )	正斜率直線 (下圖U <sub>2</sub> )	凸曲線(下圖U <sub>3</sub> )
圖形			
結論	理性的投資人應具風險趨避屬性		

3. 公平賭局(fair game)與風險屬性：

(1) 假設投資人原始財富為 $W_0$ ，則比較該賭局之期望財富 $E(W)$ 與原始財富 $W_0$ 即可判斷該賭局之公平性如下：

- I.  $E(W) > W_0$  → 此為有利賭局；
- II.  $E(W) = W_0$  → 此為公平賭局；
- III.  $E(W) < W_0$  → 此為不利賭局。

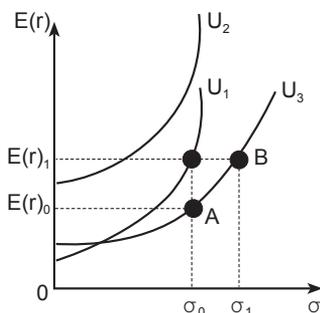
(2) 公平賭局模型反映出投資人之風險偏好如下：

風險屬性 \ 賭局	有利賭局	公平賭局	不利賭局
風險趨避者	不一定	拒絕參加	拒絕參加
風險中立者	參加	不一定	拒絕參加
風險愛好者	參加	參加	不一定

4. 風險與報酬之無異曲線：投資學利用個體經濟學中之「無異曲線」說明「期望報酬率 $E(r)$ 」與「風險(此處以標準差 $\sigma$ 為代表)」間之抵換關係。假設投資人於各種期望報酬率與風險下選擇投資組合。則維持投資者「效用不變」下，將各種期望報酬率與風險之可能組合所連成的曲線，就是無異曲線。

- (1) 橫／縱軸：分別代表風險與期望報酬率之數量。
- (2) 同一條無異曲線 $U_3$ 上各點之效用相同。例如：下圖A與B點之效用相同。以效用函數式表達則為：

$$U(E(r)_0, \sigma_0) = U(E(r)_1, \sigma_1)$$



上圖顯示出，

- (1)  $U_1 \rightarrow U_2$ ：代表總效用增加。
- (2) 大多數投資人均為「風險趨避者」：無異曲線呈正斜率，代表風險與期望報酬間呈正相關。亦即當承擔更高風險時，投資人會要求更高的預期報酬作為貼水【**邊際報酬遞增**】，以此作為承擔更高風險的補償（即風險溢酬）。正因為多數投資人都是屬於風險趨避者的屬性，所以金融市場中，高風險之資產通常會具有較高之預期報酬率。
- (3)  $U_1$  風險趨避程度較  $U_3$  大：比較  $U_1$  與  $U_3$  可知，
  - I. 在相同風險  $\sigma_0$  下， $U_1$  要求較高的期望報酬率 [ $E(r)_1 > E(r)_0$ ]。
  - II. 在期望報酬相同  $E(r)_1$  下， $U_3$  可以承擔較高的風險 [ $\sigma_1 > \sigma_0$ ]。

## 補充說明

### ① 數學式證明：幾何平均／算術平均報酬率之差距與報酬率波動性的關係

假設只有兩期，由高中數學的「算幾不等式」可以得知：

$\frac{(a+b)}{2} \geq \sqrt[2]{ab}$ ，該公式可整理成：

$$\frac{(a+b)}{2} - \sqrt[2]{ab} \geq 0 \rightarrow \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

由此可知，當a、b兩數差距越大時，所計算出來的值(也就是算術平均與幾何平均的差)也會越大。

### ② 較低部分標準差LPSD忽略「負向超額報酬」

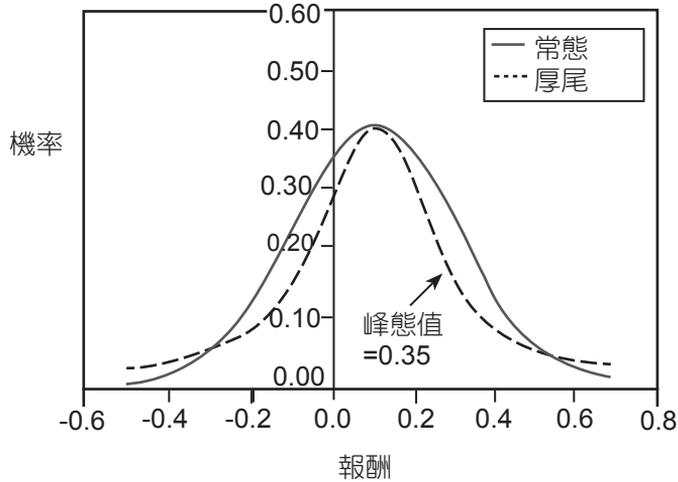
由LPSD計算公式之限制條件：

$$r(s) < 0$$

即可看出，由於LPSD僅代表發生損失情況下損失的偏離程度。此作法忽略了「負超額收益 $[r(s) \geq 0, r(s) < E(r)]$ 」發生的頻率。

### ③ 常態分布與厚尾風險

1. 常態分布或常態分配(Normal Distribution)，一般研究變數常會呈現常態分布或近似常態分布，如身高、體重、收入、支出、報酬率、風險…等。常態分布的特徵是以算術平均值為中心，分布曲線呈鐘型分布(Bell Shape)，中心點位置其數值出現的頻率(次數)最多，離中心點位置左右(可延伸到無窮大 $\pm \infty$ )的數值出現頻率漸少，曲線左右對稱，即大於平均值和小於平均值的出現頻率相等，如下圖所示。
2. 厚尾風險(Fat Tails)又稱尾端風險(Tail Risk)。是指統計學上兩個極端值可能出現的風險，按照常態的鐘型分布，兩端的分布機率是相當低的，一般又稱為「薄尾(Thin Tails)」；但若當兩個極端值的分布出現機率提高、且超過常態分配下的機率(參下圖所示)，則此時就稱為發生厚尾風險。



▲常態與厚尾峰態分配圖(平均值=0.1，標準差=0.2)

④ 上方風險 (up side risk) 與下方風險 (down side risk)

財務理論將金融投資風險區分為「上方風險」與「下方風險」：

- (1) 上方風險是針對空方，放空與做期貨避險或投機的投資者，他們害怕股價或指數上揚；
- (2) 下方風險是針對做多或長期投資者，其擔心股價或指數下跌。市場所稱風險多是指下方風險。



## 試題觀摩

1. ( ) 關於投資者風險態度的敘述中，何者錯誤？甲. 投資高風險資產的投資者是風險愛好者；乙. 信仰「高風險、高報酬」者是風險規避者；丙. 風險中立者當風險增加時，其所要求的邊際報酬率會不變；丁. 風險規避者在風險增加時，其所要求的邊際報酬率會減少 (C)
- (A) 甲、乙 (B) 甲、丙 (C) 甲、丁 (D) 乙、丁 【111Q1】
2. ( ) 當甲股票每期報酬率的波動幅度與乙股票都相同時，則： (B)
- (A) 甲股票算術平均報酬率 > 乙股票幾何平均報酬率  
(B) 甲股票算術平均報酬率 = 乙股票幾何平均報酬率  
(C) 甲股票算術平均報酬率 < 乙股票幾何平均報酬率  
(D) 無法判斷 【111Q2】
3. ( ) 投資人決定買入證券時所考慮之報酬率為 (B)
- (A) 內部報酬率 (B) 期望報酬率 (C) 幾何平均報酬率 (D) 實際報酬率 【111Q3】

# 第三章 報酬與風險 線上題庫啟用步驟

<h3>如何啟用？</h3>	<h3>本章試題快速連結— 第三章 報酬與風險</h3>
<p>桌機：輸入右側網址前往JODY學習研究社→註冊為會員→註冊成功即可開始使用</p> <p>手機：掃描右方QR CODE前往JODY學習研究社→註冊為會員→註冊成功即可開始使用</p>  <p>www.jody.com.tw</p>	<p>桌機(點選以下網址) <span style="float: right;">手機(掃描以下QR CODE)</span></p> <p>https://www.jody.com.tw/exam/sbj/question?filterId=4792</p>  <p>CH03</p>

## 練習各小節試題



按科目練習 → 選擇「QB題庫→按科目練習」

選擇考試科目「高齡金融規劃顧問師」

選擇想要練習的章節

選好後記得點選「加入篩選條件」後點選「顯示試題」就可以開始練習了!!



重新填寫

加入篩選條件

顯示試題

<h3>可以使用網站那些功能？</h3>	<h3>線上題庫使用期限：</h3>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 本科目之「QB題庫—按科目練習」功能</li> <li>2. 本科目之「QB題庫—按試卷練習」功能</li> <li>3. 「個人助理」功能</li> <li>4. 「統計分析」功能</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>★免費使用截止日期：2023.12.31</li> <li>★書籍題庫啟用碼效期：2024.1.1起可使用書籍題庫啟用碼，自啟用當日起算200日內可免費使用。</li> </ul>



全面導入線上題庫—真的太方便啦!!

- 贏紙本1! 手機掃描QR CODE就能練習
- 贏紙本2! 題數超多、解析完整
- 贏紙本3! 個人助理幫你記錄錯題、最愛
- 贏紙本4! 統計分析幫你找出弱點
- 贏紙本5! 動態更新、最新試題馬上寫

